Leszámlálási feladatok (kombinatorika)

1. Sorbarendezések (permutációk)

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Hányféle olyan négyjegyű szám van, amelyben egy 2-es, egy 3-as, egy 4-es és egy 5-ös szerepel? |
| 1.H | a.) Hányféle négybetűs (nem feltétlenül értelmes ill. könnyen kiejthető) szó alkotható az A; B; C; D; E betűkből, ha ismétlődés nem fordulhat elő? **5! = 120 darab.**  b.) Egy héttagú társaság hányféleképpen foglalhat helyet egy hosszú padon?  c.) Egy tizenöt tagú társaság hányféle sorrendben mehet be egy kapun?  d.) Hányféle sorrendben lehet leírni a kétjegyű, 13-mal osztva 9 maradékot adó pozitív számokat?  e.) Hány olyan kilencjegyű szám van, amelyben csupa különböző nem nulla számjegy szerepel? |
| 2. | Hány olyan 6 jegyű szám van, amelyben pontosan egy 0; 1; 3; 4; 6; 9-es számjegy szerepel? |
| 2.H | a.) Hány olyan 5 jegyű szám van, amelyben minden páros számjegy pontosan egyszer szerepel? **4\*4! = 96 darab.**  b.) Hány olyan 7-jegyű szám van, amelyben csupa különböző számjegy szerepel, és a 3; 4; 5 számjegyek nem fordulnak elő benne?  c.) Hány olyan tízjegyű szám van, amelyben minden számjegy pontosan egyszer szerepel?  d.) Hány olyan tizenhatos számrendszerbeli szám van, amelyben mind a tizenhat számjegy pontosan egyszer szerepel? (Emlékeztető: A = 10; B = 11; C = 12; D = 13; E = 14; F = 15). Írjuk fel ezen számok legkisebbikét és legnagyobbikát is! |
| 3. | Nyolc kiránduló hányféleképpen tud egy tisztáson körbeülni? (Két körbeülés különbözik egymástól, ha van legalább egyvalaki, akinek nem ugyanaz a bal vagy a jobb oldali szomszédja.) |
| 3.H | a.) Öt személy hányféleképpen foglalhat helyet egy kör alakú asztalnál? Soroljuk is fel az eseteket! **4! = 24.**  **Felsorolás: A-val kezdve: ABCDE, ABCED, ABDCE, ABDEC, ABECD, ABEDC, ACBDE, ACBED, ACDBE, ACDEB, ACEBD, ACEDB, ADBCE, ADBEC, ADCBE, ADCEB, ADEBC, ADECB, AEBCD, AEBDC, AECBD, AECDB, AEDBC, AEDCB.**  b.) Három személy hányféleképpen foglalhat helyet egy kör alakú asztalnál? Soroljuk is fel az eseteket!  c.) Az egyjegyű prímeket hányféle sorrendben lehet egy körvonal mentén elhelyezni?  d.) Hányszor többféleképpen tud 2006 személy egy hosszú padon elhelyezkedni, mint ahányféleképpen körbe tudnak ülni? |
| 4. | Egy 3-as, két 4-es és egy 5-ös számjegyből hányféle különböző négyjegyű szám készíthető? |
| 4.H | a.) Az ELEM szó betűinek hányféle sorrendje létezik? Soroljuk is fel az eseteket! **4!/2 = 12.**  **Felsorolás: EELM, EEML, ELME, ELEM, EMLE, EMEL, LEEM, LEME, LMEE, MELE, MEEL, MLEE.**  b.) Egy 8-as, három 7-es és egy 6-os számjegyből hányféle különböző négyjegyű szám készíthető?  c.) Hányféle sorrendben húzhatunk ki egy kalapból 4 piros, egy kék és egy zöld golyót?  d.) Tíz darab 2 forintost, egy 10 forintost és egy 20 forintost hányféle sorrendben dobhatunk be egy kávéautomatába? |
| 5. | Két 7-es és három 8-as számjegyből hányféle különböző ötjegyű szám készíthető? |
| 5.H | a.) Hányféle sorrendben húzhatunk ki egy dobozból 3 piros, 2 kék, egy zöld és egy sárga golyót? **7!/(3!\*2!) = 420.**  b.) Egy lakótelepen minden tízemeletes ház minden szintje pirosra, kékre vagy fehérre van festve. A lakótelepen minden ház különböző színezésű. Minden háznak kétszer annyi emelete piros, mint ahány fehér; harmadannyi fehér, mint ahány kék. Legfeljebb hány ház van a lakótelepen?  c.) A MATEMATIKA szó betűinek hányféle különböző sorrendje létezik?  d.) Hányféle sorrendben követheti egymást az órarendben két magyar, két angol és egy mennyiségtan óra? |
| 6. | a.) A 0; 1; 2; 2; 3; 3 számjegyekből hány hatjegyű szám készíthető?  b.) A 0; 0; 1; 1; 2; 3; 3 számjegyekből hány hétjegyű szám készíthető? |
| 6.H | a.) A 0; 0; 1; 1; 4; 6 számjegyekből hány hatjegyű szám készíthető? **4\*5! / (2\*2) = 120.**  b.) A 0; 2; 4; 4; 4; 6 számjegyekből hány hatjegyű szám készíthető?  c.) A 0; 0; 0; 1; 1, 1 számjegyekből hány hatjegyű szám készíthető?  d.) Hány olyan hatjegyű szám van, amelyben 2 nulla, 3 kettes és 1 négyes szerepel? |
| 7. | a.) Hány olyan ötjegyű szám készíthető a 2; 3; 3; 4; 8 számjegyekből, amelynek a középső jegye páratlan szám?  b.) Hány olyan hatjegyű szám készíthető a 2; 2; 3; 3; 4; 5 számjegyekből, amelynek az utolsó jegye páratlan szám? |
| 7.H | a.) Hány olyan hatjegyű szám készíthető az 1; 1; 2; 3; 4; 4 számjegyekből, amelynek az utolsó jegye prímszám?  **Az utolsó jegy 2, ekkor az 1; 1; 3; 4; 4 jegyekből kell elé ötjegyűeket írni: 5!/(2\*2) = 30 lehetőség.**  **Az utolsó jegy 3, ekkor az 1; 1; 2; 4; 4 jegyekből kell elé ötjegyűeket írni: ez is 30 lehetőség, összesen 60.**  b.) Hány olyan ötjegyű szám készíthető a 3; 4; 4; 5; 6 számjegyekből, amely osztható 5-tel?  c.) Hány olyan tízjegyű szám van, amelynek minden számjegye különböző, és a százasok helyiértékén 7-es számjegy áll?  d.) Hány olyan hatjegyű szám van, amelynek számjegyei a 0; 1; 2; 2; 3; 8 számok és az utolsó számjegye összetett szám? |
| 8. | a.) Hány olyan hatjegyű szám van, amelynek számjegyei a 3; 4; 5; 5; 6; 8 számok, és a 3-as számjegyet 6-os követi?  b.) Hány olyan hatjegyű szám van, amelynek számjegyei a 3; 4; 5; 5; 6; 8 számok, és a 3-as és 6-os számjegyek szomszédosak? |
| 8.H | a.) Hány olyan hétjegyű szám készíthető a 0; 0; 0; 1; 2; 3; 3; számjegyekből, amelyekben az 1-est 3-as követi és 2-es előzi meg?  b.) Hányféleképpen ülhet le 6 tanuló egy hosszú padra, ha Boti mindenképpen Máté mellett szeretne ülni?  c.) Hányféleképpen ülhet le három házaspár egy hosszú padra, ha a házaspárok mindenképpen egymás mellett szeretnének ülni?  d.) Hány olyan nyolcjegyű szám készíthető az 1; 1; 2; 2; 2; 3; 5; 0 számjegyekből, amelyekben az azonos számjegyek egymás mellett szerepelnek? |
| 9. | a.) Hány 12-vel osztható hétjegyű szám készíthető a 0; 0; 1; 1; 1; 3; 9 számjegyekből?  b.) Hány 45-tel osztható hatjegyű szám készíthető a 0; 1; 2; 3; 4; 5 számjegyekből? |
| 9.H | a.) Hány 9-cel osztható hatjegyű szám készíthető a 0; 1; 2; 3; 4; 5 számjegyekből?  b.) Hány 9-cel osztható ötjegyű szám készíthető a 0; 1; 2; 7; 8 számjegyekből?  c.) Hány 9-cel osztható ötjegyű szám készíthető a 0; 2; 2; 6; 8 számjegyekből?  d.) Hány 15-tel osztható ötjegyű szám készíthető a 0; 1; 2; 4; 5 számjegyekből?  e.) Hány 18-cal osztható ötjegyű szám készíthető a 0; 1; 1; 2; 5 számjegyekből?  f.) Hány 25-tel osztható ötjegyű szám készíthető a 2; 3; 5; 7; 8 számjegyekből?  g.) Hány 25-tel osztható hatjegyű szám készíthető a 0; 0, 2; 3; 5; 7 számjegyekből?  h.) Hány 36-tal osztható ötjegyű szám készíthető a 0; 1; 3; 5; 9 számjegyekből?  i.) Hány 36-tal osztható hatjegyű szám készíthető a 0; 0; 1; 2; 3; 6 számjegyekből?  j.) Hány 75-tel osztható hétjegyű szám készíthető a 0; 2; 5; 5; 5; 5, 5 számjegyekből? |
| 10. | a.) Egy rendszám első három helyiértékére az A, B, C betűk írhatók be valamilyen sorrendben, a második négy helyre pedig a 0, 1, 2, 3 számjegyek valamilyen tetszőleges sorrendben. Hányféle rendszám készíthető a megadott feltételek szerint?  b.) Három fiú és három lány hányféleképpen állhat sorba, ha a három lány mindegyike megelőzi mindhárom fiút? |
| 10.H | a.) Három fiú és négy lány hányféleképpen szállhat be egy hétszemélyes csónakba, ha azonos neműek nem ülhetnek egymás mögött?  b.) Három fiú és három lány hányféleképpen szállhat be egy hatszemélyes csónakba, ha azonos neműek nem követhetik egymást?  c.) Hányféleképpen foglalhat helyet egy kör alakú asztalnál négy házaspár, ha azonos neműek sem, és házastársak sem kerülhetnek egymás mellé?  d.) Hány olyan hatjegyű telefonszám van, amelynek első három jegye a 2; 3; 5 számjegyek valamilyen sorrendje, a második három jegye pedig az 1, 1, 7 számjegyek valamilyen sorrendje? |

2. Sorbaválogatások (variációk)

|  |  |
| --- | --- |
| 11. | Hányféle hárombetűs rendszám alkotható az A; B; C; D; E betűkből, ha mindegyiket legfeljebb egyszer használhatjuk fel? |
| 11.H | a.) Hányféle négyszínű, vízszintes sávozású zászló készíthető a piros, kék, zöld, sárga, fehér, fekete színekből, ha mindegyiket legfeljebb egyszer használhatjuk fel? **360**  b.) Hányféle kétjegyű szám készíthető a 3; 4; 5; 6; 7 számjegyekből, ha mindegyiket legfeljebb egyszer használhatjuk fel? **20**  c.) Hány darab olyan rendszám van, ahol az első három betűt az A, E, I, O, U magánhangzók közül, a második három számjegyet pedig az egyjegyű prímszámok közül választjuk, és nincs a rendszámban ismétlődés? **1440** |
| 12. | Egy futóversenyen 30-an neveztek. Hányféleképpen alakulhat az első három helyezés? |
| 12.H | a.) Egy harmincfős társaságból egy elnököt és egy titkárt kell választanunk. Hányféleképpen tehetjük meg ezt?  **870**  b.) Egy nyereménysorsoláson negyvenen vesznek részt; egy autót, egy számítógépet és egy pár zoknit sorsolnak ki. Hányféleképpen végződhet a sorsolás, ha egy ember csak egy tárgyat nyerhet. **59 280.**  c.) Egy kerületben 17 polgármester-jelölt közül hányféleképpen választhatnak polgármestert és helyettest?  **272-féleképpen.** |
| 13. | Egy társaságból 342-féleképpen választható ki egy elnök és egy tőle különböző pénztáros. Hány tagú a társaság? |
| 13.H | a.) Egy baráti társaság 30 napos kiránduláson vett részt. Minden napra választottak egy túravezetőt és egy tőle különböző szakácsot. Hány tagú volt a társaság, ha tudjuk, hogy a szolgálatosok minden lehetséges párosításban pontosan egyszer voltak beosztva? **Hatan.**  b.) Egy sokszög minden csúcsából húzunk a többihez egy-egy vektort. Az így keletkező vektorok száma 1806. Hány oldalú a sokszög? **43 oldalú.**  c.) Egy osztály minden tanulója a nyári szünet folyamán minden osztálytársának pontosan egy képeslapot küldött. Ősszel az összes ilyen képeslapból egy 1122-tagú gyűjteményt állítottak össze. Hány tanuló jár az osztályba?  **34 tanulója van az osztálynak.** |
| 14. | Hányféle 3-jegyű számot készíthetünk a 0; 2; 3; 4; 5 számjegyekből, ha ismétlődő számjegyet nem engedünk meg egy-egy számban? |
| 14.H | a.) Hányféle 4-jegyű számot készíthetünk a 0, 1; 2; 3; 4; 5 számjegyekből, ha minden számjegyet legfeljebb egyszer használhatunk fel egy-egy számban? **300.**  b.) Hányféle 3-jegyű számot készíthetünk a 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 számjegyekből? **180.** |
| 15. | Hányféle 3-jegyű páratlan számot készíthetünk egy-egy darab 0; 1; 2; 3; 4; 6; 8 számjegyből? |
| 15.H | a.) Hányféle 4-jegyű páratlan számot készíthetünk egy-egy darab 0; 2; 4; 6; 8; 9 számjegyből? **48.**  b.) Hányféle 4-jegyű páratlan számot készíthetünk a 0; 1; 2; 3; 4; 6; 8 számjegykártyákból? **200 ilyen szám van.**  c.) Hányféle 3-jegyű páratlan számot készíthetünk a 0; 2; 4; 6; 8 számjegykártyákból? **Sehányat.** |
| 16. | Hányféle hárombetűs rendszám készíthető az A, E, I, O, U magánhangzókból, ha egy betűt többször is felhasználhatunk? |
| 16.H | a.) Hányféle 2-jegyű szám készíthető a 2; 3; 5, 8 számjegyekből, ha egy-egy jegyet többször is felhasználhatunk?  **16 ilyen szám van.**  b.) Hányféle 3-jegyű szám készíthető a 1; 2 számjegyekből, ha egy-egy jegyet többször is felhasználhatunk? **8.**  c.) Hányféle 5-jegyű szám készíthető a 3; 4; 9 számjegyekből, ha egy-egy jegyet többször is felhasználhatunk? **243.** |
| 17. | Hány olyan háromjegyű számot alkothatunk a 2; 3; 5; 9 számjegyekből, amelyikben van olyan számjegy, amelyik többször is szerepel? |
| 17.H | a.) Dobókockával dobunk egymás után négyszer és a dobássorozatot feljegyezzük. Hányféle olyan dobássorozat lehetséges, amelyben legalább egy ismétlődés van? **936.**  b.) Hány olyan gépkocsi-rendszámot tudunk készíteni három betű és három számjegy felhasználásával, amelyben legalább egy ismétlődés van? (26 betűből és 10 számjegyből válogathatunk.) **6 344 000 ilyen rendszám van.**  c.) András, Béla, Csaba és Dömötör gondolnak egy-egy egyjegyű pozitív prímszámra, majd azt egymás után (a fenti sorrendben) leírják. Hányféle olyan négyjegyű számot kaphatunk, amelyben van ismétlődő számjegy?  **232 ilyen szám van.** |
| 18. | Hány 3-jegyű szám készíthető a 0; 1; 2; 3 számjegyekből, ha egy-egy jegyet többször is felhasználhatunk? |
| 18.H | a.) Hány 4-jegyű szám készíthető a 0; 1; 3; 5; 8; 9 számjegyekből, ha egy-egy jegyet többször is felhasználhatunk?  **1080 szám.**  b.) Hány 5-jegyű szám készíthető a 0; 1; 2 számjegyekből, ha egy-egy számjegyet többször is felhasználhatunk?  **162 ilyen szám.**  c.) Hány olyan 4-jegyű szám készíthető a 0; 1; 2; 3; 4 számjegyekből, amelyeknek az utolsó jegye 3-as? Egy számjegy többször is felhasználható. **100 ilyen szám.**  d.) Hány 3-mal osztható 5-jegyű szám készíthető a 0; 1; 2 számjegyekből, ha egy számjegy többször is felhasználható? **12.** |
| 19. | Tudjuk, hogy n elem harmadosztályú ismétléses variációinak száma 65-tel több, mint a harmadosztályú ismétlés nélküli variációinak száma. Mekkora lehet n értéke? |
| 19.H | a.) Tudjuk, hogy n elem másodosztályú ismétléses variációinak száma 20 százalékkal több, mint a másodosztályú ismétlés nélküli variációk száma. Mekkora lehet n értéke? **n = 6.**  b.) Tudjuk, hogy n elem harmadosztályú ismétléses variációinak száma 80 százalékkal több, mint a harmadosztályú ismétlés nélküli variációk száma. Mekkora lehet n értéke? **n = 6.**  c.) Tudjuk, hogy valahány betűből pontosan 1680 olyan 3-betűs rendszámot lehet készíteni, amelyben valamelyik (legalább egy) betű ismétlődik. Hány betűről van szó? **24 betűről.** |
| 20. | Harminckét lapos magyar kártyából egymás után három lapot húzunk ki. Hányféle lehet a húzás kimenetele, ha a lapokat húzás után visszatesszük, illetve ha nem tesszük vissza? |
| 20.H | a.) Az A, B, C, D, E betűkártyákból egymás után három lapot húzunk ki. Hányféle lehet a húzás kimenetele, ha a sorrend is számít, és ha a lapokat húzás után visszatesszük, illetve ha nem tesszük vissza?  **Visszatevés esetén 125, különben 60 eset van.**  b.) Tíz termék közül egy selejtes. Hányféleképpen lehet a tíz termék közül egymás után hármat kihúzni, hogy a selejtes ne legyen köztük, ha minden húzás után visszatesszük, illetve ha nem tesszük vissza a kihúzott tárgyat?  **Visszatevés esetén 729, különben 504 eset van.**  c.) Nyolc termék közül kettő selejtes. Hányféleképpen lehet közülük egymás után (sorrendben) hármat kihúzni úgy, hogy a két selejtes is köztük legyen, ha minden húzás után visszatesszük, illetve ha nem tesszük vissza a kihúzott tárgyat? **Visszatevés nélkül 36, visszatevéssel 72 eshetőség van.** |

Jó munkát!

Kiválasztások (kombinációk)

|  |  |
| --- | --- |
| 21. | A piros, kék, zöld, sárga és barna színek közül hányféleképpen választhatunk ki kettőt? Soroljuk is fel az összes lehetőséget! |
| 21.H | a.) Egy 6 fős túrázó csoportból hányféleképpen választható ki egy kétfős táborőrség? **15.**  b.) Hét jóbarát találkozik, kézfogással üdvözlik egymást. Hány kézfogás volt, ha mindenki mindenkivel kezet fogott? **21.**  c.) Egy harmincfős osztályból hányféleképpen választható ki két hetes? **435.**  d.) Hányféle lehet az ötöslottó sorsolásának eredménye (90 számból ötöt húznak ki, sorrend nem számít).  **43 949 268.** |
| 22. | Egy délután hat fiú jelenik meg a falu focipályáján. Hányféleképpen tudnak két 3-fős csapatot alkotni? |
| 22.H | a.) Hányféleképpen lehet 16 tanulót két nyolcfős csoportba sorolni?  b.) Hányféleképpen lehet a 100-nál kisebb pozitív prímszámokat két egyenlő elemszámú csoportra osztani?  c.) Az 1000-nél kisebb négyzetszámok hányféleképpen oszthatók két egyenlő elemszámú csoportba? |
| 23. | Hányféleképpen lehet 10 tanulót két egyenlő létszámú csoportba osztani úgy, hogy Töhötöm és Tasziló mindenképpen egy csoportba kerülnek? |
| 23.H | a.) Hányféleképpen lehet a 32 lapos magyar kártyát két 16-os csoportra osztani úgy, hogy a négy ász egy csoportba kerüljön? **30 421 755 lehetőség van.**  b.) Hányféleképpen lehet a sakk-készlet 32 sakkfiguráját két 16-os csoportra osztani úgy, hogy a fehér gyalogok mind egy csoportba kerüljenek?  c.) Hányféleképpen alkothat 8 fiú két négyfős csapatot, feltéve, hogy Levente és Csanád mindenképpen egy csapatban akarnak lenni?  d.) Hányféleképpen alkothat 8 fiú két négyfős csapatot, feltéve, hogy Iván és Szása semmiképpen sem kerülhetnek egy csapatba? **20.** |
| 24. | A tíz számjegy közül négyet választunk ki. Hányféle olyan kiválasztás van, amikor a 8-as szerepel a kiválasztott számok között, de a 7 nem? |
| 24.H | a.) A harminckét lapos kártyacsomagból három lapot húzunk egyszerre. Hányféleképpen történhet meg, hogy a lapok között nem szerepel sem zöld, sem makk, sem káró?  b.) A harminckét lapos kártyacsomagból öt lapot húzunk egyszerre. Hányféleképpen történhet meg, hogy a lapok között szerepel a piros 7-es, de több piros nem szerepel?  c.) A 28 fős osztályból háromfős küldöttséget kell választani. Hányféleképpen választható a küldöttség, ha Zoli semmiképpen nem lehet a tagja, Gábor viszont mindenképpen? |
| 25. | A tíz számjegy közül ötöt választunk ki. Hány esetben szerepel pontosan két prímszám a kiválasztottak között? |
| 25.H | a.) A harminckét lapos kártyacsomagból öt lapot húzunk egyszerre. Hány esetben szerepel pontosan két piros a kiválasztott lapok között?  b.) Egy osztályba 14 fiú és 16 lány jár. Hányféle olyan 5 fős küldöttség alakítható, amelyben az osztályból 3 fiú és 2 lány szerepel?  c.) A tíz számjegy közül hatot választunk ki. Hány esetben szerepel pontosan két páros szám a kiválasztottak között? |
| 26. | Az A; B; C; D; E; F; G; H; I; J betű közül négyet választunk ki. Hány esetben szerepel legalább két magánhangzó a kiválasztottak között? |
| 26.H | a.) A harminckét lapos kártyacsomagból öt lapot húzunk egyszerre. Hány esetben szerepel legfeljebb két makk a kiválasztott lapok között?  b.) Száz termék közül négy selejtes. A termékek közül látatlanban tízet kiválasztva hány esetben lesz legalább két selejtes a kiválasztottak között?  c.) A harminckét lapos kártyacsomagból nyolc lapot húzunk egyszerre. Hány esetben szerepel legalább három alsó a kiválasztott lapok között? |
| 27. | A harminckét lapos magyar kártyacsomagból három lapot húzunk. Hány esetben szerepel a kihúzott lapok között piros is, ász is? |
| 27.H | a.) A tíz számjegy közül négyet húzunk ki. Hány esetben szerepel a kihúzott számok között páros szám és prímszám is?  b.) A harminckét lapos magyar kártyacsomagból négy lapot húzunk. Hány esetben szerepel a kihúzott lapok között zöld is, király is?  c.) A sakk-készlet 32 bábuja közül ötöt húzunk ki találomra. Hány esetben szerepel a kihúzottak között világos is, futó is? |
| 28. | A harminckét lapos magyar kártyacsomagból három lapot húzunk. Hány esetben teljesül, hogy piros színű lap vagy ász (esetleg mindkettő) szerepel a kihúzott lapok között? |
| 28.H | a.) A tíz számjegy közül hármat húzunk ki. Hány esetben szerepel a kihúzott lapok között páros szám, vagy prímszám?  b.) A harminckét lapos magyar kártyacsomagból öt lapot húzunk. Hány esetben szerepel a kihúzott lapok között zöld vagy piros (esetleg mindkettő)?  c.) Az A; B; C; D; E; F; G; H; I; J betű közül hármat választunk ki. Hány esetben szerepel a betűk között magánhangzó is, mássalhangzó is? |
| 29. | Az A; B; C; D; E; F betűkészlet elemei közül hármat választunk ki úgy, hogy a kiválasztott elemek sorrendje nem számít, viszont egy betűt többször is kiválaszthatunk. Hány ilyen lehetőségünk van? |
| 29.H | a.) A tíz számjegy elemei közül kettőt választunk ki úgy, hogy a kiválasztott elemek sorrendje nem számít, viszont egy számjegyet többször is választhatunk. Hány ilyen lehetőségünk van? **55.**  b.) Öt egyforma dobókockával dobunk egyszerre. Hányféle kimenetele lehet a dobásnak? **252.** |
| 30. | Hányféleképpen olvasható ki az alábbi táblázatból a MÁLNABOKOR szó, ha a bal felső sarokból indulva minden lépésnél jobbra vagy lefelé haladhatunk? (A második táblázatban EGY B BETŰ TÉNYLEG HIÁNYZIK!)  a.) M Á L N A b.) M Á L N  Á L N A B Á L N A  L N A B O L N A B  N A B O K N A B O  A B O K O A O K  B O K O R B O K O  O K O R |
| 30.H | c.) M Á L N A d.) M Á L N A  Á L A B Á L N A B  L N A B O L N A B O  N A B O K N A B O K  A O K O A B O K O  B O K O R B K O R O K R  K O R  O R  R |

Jó munkát!

1. Ismétlés nélküli sorbarendezések (permutációk) fogalma és száma n elem esetén
2. Ismétléses sorbarendezések száma
3. n elem körberendezési lehetőségeinek száma
4. Ismétlés nélküli sorbaválogatások (variációk) fogalma és száma
5. Ismétléses sorbaválogatások (variációk)
6. Ismétlés nélküli kiválasztások (kombinációk) fogalma és száma
7. Az „n alatt a k” kifejezés meghatározása és kiszámítása
8. A Pascal-háromszög szerkezete
9. Oszthatósági szabályok (2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 11; 12; pk∙qm; 2n; 5n osztók esetén)
10. A valószínűség szemléletes fogalma

Valószínűség-számítási feladatok

|  |  |
| --- | --- |
| 31. | Az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből ötjegyű számot készítünk úgy, hogy minden számjegy pontosan egyszer szerepel. Mennyi a valószínűsége, hogy  a.) a keletkező szám 5-tel osztható; b.) a keletkező szám páros;  c.) a keletkező szám 3-mal osztható; d.) a keletkező szám 6-tal osztható;  e.) a keletkező szám 9-cel osztható; f.) a keletkező szám 12-vel osztható? |
| 31.H | A 2; 4; 5; 6; 8; 0 számjegyekből hatjegyű számot készítünk úgy, hogy minden számjegy pontosan egyszer szerepel (az elején természetesen 0 nem állhat). Mennyi a valószínűsége, hogy  a.) a keletkező szám 5-tel osztható; b.) a keletkező szám páratlan;  c.) a keletkező szám 3-mal osztható; d.) a keletkező szám prím;  e.) a keletkező szám 4-gyel osztható; f.) a keletkező szám 25-tel osztható;  g.)\* a keletkező szám 11-gyel osztható? |
| 31.H’ | Egy piros, egy kék, egy zöld, egy sárga, egy barna és egy ibolya színű golyót egy kör mentén helyezünk el az asztalon (egy szabályos hatszög csúcsaiba). Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen véletlenszerű elhelyezéskor  a.) a piros és a kék szín szomszédos, b.) a zöldet a sárga és a barna fogja közre,  c.) az ibolyának nem szomszédja a kék, d.) a zölddel a piros áll szemközt,  e.) a hideg színek (kék, zöld, ibolya) egymásnak páronként nem szomszédjai,  f.) a hideg színek egymásnak páronként szomszédjai? |
| 32. | A 0; 0; 1; 2; 2; 2; 2; 3 számjegyekből nyolcjegyű számokat készítünk minden lehetséges módon egyszer. Az így elkészült számokból véletlenszerűen választunk egyet. Mekkora a valószínűsége a következő eseményeknek?  a.) a kiválasztott szám húszmilliónál kisebb; b.) a kiválasztott szám páratlan;  c.) a kiválasztott szám 3-mal osztható; d.) a kiválasztott szám 6-tal osztható;  e.) a kiválasztott szám 5-tel osztható, de 10-zel nem; f.) a kiválasztott szám 50-nek osztható;  g.) a kiválasztott szám 4-gyel osztható; h.) a két szereplő páratlan számjegy szomszédos;  i.) a négy kettes számjegy szomszédos;  j.) a négy kettes számjegyből pontosan három szomszédos;  k.) a két nullás számjegy nem szomszédos. |
| 32.H | Egy urnában két piros, három kék és négy zöld golyó található. A golyókat sorban egymás után kihúzzuk, majd a kihúzás sorrendjében balról jobbra az asztalon egymás mellé helyezzük. Mennyi a valószínűsége a következő eseményeknek?  a.) a sor elején és végén piros golyó van; b.) a sor elején és végén kék golyó van;  c.) a sor elején és végén különböző színű golyók vannak; d.) a piros golyók szomszédosak;  e.) a zöld golyók közül semelyik kettő sem szomszédos;  f.) mindkét piros golyó mindkét szomszédja kék golyó  g.) mindkét piros golyó mindkét szomszédja zöld golyó. |
| 33. | Egy urnában egy piros, egy kék, egy zöld, egy sárga és egy fehér golyó van. A golyók közül egymás után kettőt kihúzunk és a húzás sorrendjében az asztalra helyezzük őket. Mekkora a valószínűsége, hogy  a.) a zöld golyó nem lesz a kihúzottak között,  b.) a zöld golyó a második helyre kerül,  c.) a fehér és a piros golyó kerül az asztalra;  d.) a sárga és a kék golyó ebben a sorrendben kerül az asztalra;  e.) nem a piros golyó lesz a második helyen? |
| 33.H | A 2; 4; 5; 8; 9 számjegyekből háromjegyű számokat képzünk, feltéve, hogy minden számjegy legfeljebb egyszer szerepelhet egy számban. Az így elkészített összes lehetséges szám közül kiválasztunk egyet. Mekkora a valószínűsége, hogy a kiválasztott szám  a.) páratlan; b.) 4-gyel osztható;  c.) 5-tel nem osztható; d.) számjegyeinek összege 11;  e.) számjegyei növekvő sorrendben követik egymást; f.) középső jegyét a 8 és a 9 fogják közre? |
| 34. | Az 1-es és a 2-es számjegyekből képezünk ötjegyű számokat. Egy-egy számjegy most természetesen többször is felhasználható. Az így elkészített számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mekkora a valószínűsége, hogy  a.) a kiválasztott szám páros;  b.) a kiválasztott szám 4-gyel osztható;  c.) a kiválasztott szám 8-cal osztható;  d.) a kiválasztott szám 9-cel osztható;  e.) a kiválasztott számban pontosan 2 darab kettes számjegy szerepel;  f.) a kiválasztott szám visszafelé olvasva ugyanazt a számot adja? |
| 34.H | A sakk-készlet fekete és fehér gyalogjai közül egymás után hetet húzunk és a gyalogokat a húzás sorrendjében balról jobbra sorba állítjuk. Mekkora a valószínűsége, hogy  a.) a sor közepén fekete gyalog áll,  b.) a sor elején és végén azonos színű gyalog áll,  c.) a fehér gyalogok száma pontosan 3;  d.) bármely gyalog mindkét szomszédja vele ellentétes színű (ha létezik);  e.) bármely gyalog mindkét szomszédja azonos színű (feltéve, hogy létezik);  f.) a gyalog-sor nem szimmetrikus (azaz nem tükrös) a középső gyalogra;  g.) a fekete gyalogok száma legalább 5? |
| 35. | A CARPINUS szó kiolvasásakor a bal felső sarokból indulunk, minden lépésben egyenlő valószínűséggel vagy jobbra, vagy lefelé haladunk tovább. Mekkora a valószínűsége, hogy  a.) áthaladunk a csillagozott P betűn;  b.) az aláhúzott S betűbe érkezünk,  c.) az osztályban tartózkodók közül valakit véletlenszerűen kiválasztva, az tudja a szó magyar megfelelőjét?  C A R P I N U S  A R P\* I N U S c  R P I N U S C C  P I N U S C C C  I N U S C C C C  N U S C C C C C  U S R P I N U S  S S S S S S S S |
| 35.H | A TEKNŐS szó kiolvasásakor a bal felső sarokból indulunk, minden lépésben egyenlő valószínűséggel vagy jobbra, vagy lefelé haladunk tovább. *Az ábrából szándékosan hiányzik egy N betű, arrafelé nem lehet menni!!!* Mekkora a valószínűsége, hogy  a.) áthaladunk a csillagozott N betűn;  b.) az aláhúzott S betűbe érkezünk?  c.) Adjuk meg a választ az a.) és b.) kérdésre, feltéve, hogy a hiányzó N betűt is berajzoljuk az ábrába, így arra is lehet menni!  T E K N Ő S  E K N Ő S T  K N\* Ő S T E  N Ő S T E K  Ő S T E K N  S T E K N Ő |
| 36. | A tíz számjegy közül véletlenszerűen hármat kiválasztunk. Mekkora a valószínűsége, hogy  a.) mindhárom számjegy páratlan;  b.) mindhárom számjegy prímszám;  c.) a kihúzott számok közül bármelyik kettőt kiválasztva, a kisebbik osztója a nagyobbiknak;  d.) pontosan két darab hárommal osztható számjegy van köztük;  e.) a kihúzott számjegyek összege nyolc? |
| 36.H | A harminckét lapos magyar kártya lapjai közül véletlenszerűen négyet kihúzunk. Mekkora a valószínűsége, hogy  a.) mind a négy kihúzott lap azonos színű;  b.) mind a négy kihúzott lap azonos értékű;  c.) a kihúzott lapok között van a tök ász;  d.) a kihúzott lapok közül pontosan kettő makk;  e.) piros és ász is van a kihúzott lapok között;  f.) legalább egy piros vagy legalább egy ász szerepel a kihúzott lapok között;  g.) mind a négy színből pontosan egy szerepel a lapok között? |
| 37. | Egy vizsgára harminc tételt kell megtanulni. A vizsgázó két tételt húz egymástól függetlenül, mindkettőt tudnia kell a sikeres vizsgához.  a.) Mekkora valószínűséggel megy át a vizsgán az a tanuló, aki csak huszonkilenc tételt tanult meg?  b.) Hány tételt kell tudni ahhoz, hogy legalább 50 százalék legyen a vizsga sikerének esélye?  c.) Adjunk választ a b.) kérdésre, ha a vizsgán nem kettő, hanem három tételt kérdeznek, és mindhármat tudni kell a sikeres vizsgához!  d.) Adjunk választ a b.) kérdésre, ha a vizsgán nem kettő, hanem három tételt kérdeznek, és legalább kettőt (tetszés szerintit) kell tudni a sikeres vizsgához! |
| 37.H | Egy vizsgára húsz tételt kell megtanulni. A vizsgán két véletlenszerűen választott tételt kell ismertetni. a.) Alexandra csak 12 tételt tudott megtanulni a vizsgára. Mekkora eséllyel húz két ismerős tételt a vizsgán?  b.) Lilian tizenhat tétellel készült. Mekkora eséllyel húz két át nem nézett tételt a vizsgán?  c.) Szabolcs tizennyolc tétellel készült. Mennyi annak az esélye, hogy a két kihúzott tétel közül az egyiket átnézte, a másikat nem?  d.) Hány tételt kell megtanulni legalább, hogy 90 százaléknál nagyobb legyen a sikeres vizsga esélye?  e.) Hány tételt kell megtanulni legalább, hogy 50 százaléknál nagyobb legyen a sikeres vizsga esélye?  f.) Mekkora a sikeres vizsga esélye, ha valaki a tételeknek pontosan a felét, tehát tízet tanult meg? |
| 38. | Ötven csavaralátét közül négy selejtes. Egy ellenőrzés során öt csavart választanak ki az ötvenből visszatevés nélkül.  a.) Mekkora az esélye, hogy nem lesz közöttük selejtes?  b.) Mekkora az esélye, hogy lesz közöttük selejtes?  c.) Mekkora az esélye, hogy pontosan egy selejtes lesz köztük?  d.) Mekkora az esélye, hogy mind a négy selejtes csavaralátét a kihúzottak között lesz? |
| 38.H | Egy szögmérőgyárban gyártott száz szögmérő közül három selejtes. Egy ellenőrzés során tíz szögmérőt választanak ki a százból visszatevés nélkül.  a.) Mekkora az esélye, hogy nem lesz a kiválasztottak között selejtes? **72,65%.**  b.) Mekkora az esélye, hogy selejtet találnak az ellenőrzés során? **27,35%.**  c.) Mekkora az esélye, hogy pontosan egy selejtes lesz köztük? **24,77%.**  d.) Mekkora az esélye, hogy pontosan két selejtes lesz köztük? **2,50%.**  e.) Mekkora az esélye, hogy mind a három selejtes szögmérőt megtalálja az ellenőr? **0,08%.** |
| 39. | Ötven csavaralátét közül négy selejtes. Egy ellenőrzés során öt csavart választanak ki az ötvenből visszatevéssel.  a.) Mekkora az esélye, hogy nem lesz közöttük selejtes?  b.) Mekkora az esélye, hogy lesz közöttük selejtes?  c.) Mekkora az esélye, hogy pontosan egy selejtes lesz köztük?  d.) Mekkora az esélye, hogy mind a négy selejtes csavaralátét a kihúzottak között lesz?  e.) Hány darabot kéne kiválasztani, hogy 50 százalék valószínűséggel találjanak selejtest a kiválasztottak között?  f.) Hány darabot kéne kiválasztani, hogy 90 százalék valószínűséggel találjanak selejtest a kiválasztottak között? |
| 39.H | Egy úszógumigyárban gyártott száz úszógumi közül három selejtes. Egy ellenőrzés során tíz úszógumit választanak ki a százból visszatevéssel.  a.) Mekkora az esélye, hogy nem lesz a kiválasztottak között selejtes?  **73,74%.**  b.) Mekkora az esélye, hogy selejtet találnak az ellenőrzés során? **26,26%.**  c.) Mekkora az esélye, hogy pontosan egy selejtes lesz köztük? **22,81%.**  d.) Mekkora az esélye, hogy pontosan két selejtes lesz köztük? **3,17%.**  e.) Mekkora az esélye, hogy mind a tízszer selejtes úszógumit válasszon az ellenőr?  **5,905∙10-16**  f.) Hány darabot kéne kiválasztani, hogy 50 százalék valószínűséggel találjanak selejtest a kiválasztottak között?  **legalább 23.**  g.) Hány darabot kéne kiválasztani, hogy 90 százalék valószínűséggel találjanak selejtest a kiválasztottak között?  **legalább 76.** |
| 40. | Egy 48 tagú társaságban kétszer annyi fiú van mint lány. A fiúk egynegyede, a lányok egynyolcada szemüveges. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a társaságból véletlenszerűen  a.) három embert kiválasztva, egyikük sem szemüveges;  b.) két embert kiválasztva, egyikük szemüveges, másikuk nem;  c.) két szemüveges embert kiválasztva, az egyik fiú, a másik lány;  d.) két embert kiválasztva az egyik fiú, a másik lány, de mindkettő szemüveges.  e.) négy embert kiválasztva, kettő fiú, kettő lány, de egyik sem szemüveges;  f.) négy embert kiválasztva, lesz közöttük szemüveges és nem szemüveges is;  g.) négy embert kiválasztva, lesz közöttük szemüveges és nem szemüveges fiú is és lány is? |
| 40.H | A.) Egy iskola végzős évfolyamára 60-an járnak, az A osztályba 28-an, a B-be 32-en. Az A-sok háromhetede, a B-sek ötnyolcada angolos, a többiek németesek. Mekkora a valószínűsége annak, hogy az évfolyamból véletlenszerűen  a.) öt embert kiválasztva, ők mind angolosok;  b.) két embert kiválasztva, az egyik az A-ba, a másik a B-be jár;  c.) két embert kiválasztva, ők osztályukban és a tanult nyelvükben is különböznek;  d.) két angolost kiválasztva, az egyikük A-s, a másikuk B-s;  e.) két tanulót kiválasztva, az egyikük A-s, a másikuk B-s, de mindketten angolosak;  f.) négy tanulót kiválasztva, kettő angolos, kettő németes;  g.) négy tanulót kiválasztva, lesz közöttük A-s és B-s is;  h.) négy tanulót kiválasztva, lesz közöttük angolos és németes A-s és B-s is?  ----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------  B.) Egy 40 fős osztályból 25-en járnak fociedzésre, 12-en kosárlabdára; 10-en viszont nem járnak egyikre sem. (Esetleges másmilyen edzésekkel nem foglalkozunk a feladatban.)  a.) Hány tanuló jár mindkét edzésre?  Mekkora a valószínűsége, hogy az osztályból véletlenszerűen kiválasztva  b.) négy gyereket, mindannyian pontosan egyféle edzésre járnak;  c.) két gyereket, az egyikük csak focira, a másikuk csak kosárlabdára jár;  d.) két gyereket kiválasztva legalább az egyikük focizik;  e.) két focistát kiválasztva, pontosan az egyikük kosárlabdázik;  f.) két gyereket kiválasztva, pontosan az egyikük kosárlabdázik, de mindkettő focizik;  g.) négy gyereket kiválasztva, lesz közöttük focista és kosaras is;  h.) 3 gyereket kiválasztva, lesz közöttük csak focista, csak kosaras, valamint mindkét edzésre járó tanuló is? |

A felelés kérdései – esetszámlálás, valószínűség-számítás

1. Ismétlés nélküli sorbarendezések (permutációk) fogalma és száma n elem esetén
2. Ismétléses sorbarendezések száma
3. n elem körberendezési lehetőségeinek száma
4. Ismétlés nélküli sorbaválogatások (variációk) fogalma és száma
5. Ismétléses sorbaválogatások (variációk)
6. Ismétlés nélküli kiválasztások (kombinációk) fogalma és száma
7. Az „n alatt a k” kifejezés meghatározása és kiszámítása
8. A Pascal-háromszög szerkezete
9. Oszthatósági szabályok (2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 11; 12; pk∙qm; 2n; 5n osztók esetén)
10. A valószínűség szemléletes fogalma
11. A nagy számok törvénye (csak jelesért, utána kell nézni!)
12. A valószínűség kiszámításának legegyszerűbb módja, alkalmazásának feltétele
13. Biztos esemény, lehetetlen esemény és valószínűsége, példák
14. Komplementer (éppen ellentétes) esemény és valószínűsége
15. Visszatevés nélküli mintavétel – meghatározott számú selejtes termék kiválasztásának valószínűsége, ha n elem közül m selejtes és k darabot választunk
16. Visszatevéses mintavétel – meghatározott számú selejtes termék kiválasztásának valószínűsége, ha n elem közül m selejtes és k darabot választunk
17. Két esemény összege és szorzata (csak jelesért, utána kell nézni!)
18. Két esemény szorzatának valószínűsége (csak jelesért, utána kell nézni!)
19. A totó és a lottó lehetséges kitöltéseinek száma, a nyerés esélyének vizsgálata
20. A szerencsejátékok matematikája